

**Областное государственное бюджетное общеобразовательное учреждение  
«Краснояржская средняя общеобразовательная школа»  
Белгородской области**



директор

Утверждено

Т.Н. Сидорова

приказ от 31.08.2022 г № 422

Среднее общее образование

**Рабочая программа элективного курса  
«Алгебра плюс: рациональные и иррациональные  
алгебраические задачи»**

**Срок реализации программы 2 года, 10 - 11 классы**

(Разработана на основе ФГОС СОО)

п. Красная Яруга  
2022 год

## **1. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА «АЛГЕБРА+: РАЦИОНАЛЬНЫЕ И РАЦИОНАЛЬНЫЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ»**

### ***Личностные результаты обучения:***

- понимание элементарной математики, как неотъемлемой части математики, методы которой базируются на многих разделах математики высшей;

- понимание роли элементарной математики в развитии математики, роли математиков в развитии современной элементарной математики;

- восприятие математики как развивающейся фундаментальной науки, являющийся неотъемлемой составляющей науки цивилизации, общечеловеческой культуры во взаимосвязи и взаимодействии с другими областями мировой культуры.

- сформированность основ саморазвития и самовоспитания в соответствии с общечеловеческими ценностями и идеалами гражданского общества; готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности;

- готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;

- осознанный выбор будущей профессии и возможностей реализации собственных жизненных планов, а также отношение к профессиональной деятельности как к возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем.

### ***Метапредметные результаты обучения:***

умение анализировать различные задачи и ситуации, выделять главное, достоверное в той или иной информации;

- владение логическим доказательным стилем мышления, умение логически обосновывать свои суждения;

- умение конструктивно подходить к предлагаемым задачам;

- умение планировать и проектировать свою деятельность, проверять и оценивать её результат.

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

- умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;

- владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

- умение использовать средства информационных и коммуникационных технологий (далее – ИКТ) в решении когнитивных, коммуникативных и организационных задач с соблюдением техники безопасности, правовых и этических норм, норм информационной безопасности;

- владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств их достижения.

### ***Предметные результаты обучения:***

- умения проводить логически грамотные преобразования выражений и эквивалентные преобразования алгебраических задач (уравнений, неравенств, систем, совокупностей);
- умение использовать основные методы при решении алгебраических задач с различными классами функций (рациональными и иррациональными алгебраическими). В том числе: методы замены, разложения, подстановки, эквивалентных преобразований, использования симметрии, однородности, оценок, монотонности;
- умение понимать и правильно интерпретировать задачи с параметрами, логические и кванторные задачи; умение применять изученные методы исследования и решения задач с параметрами; аналитический и координатный.

## **2. СОДЕРЖАНИЕ ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА «АЛГЕБРА+: РАЦИОНАЛЬНЫЕ И РАЦИОНАЛЬНЫЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ»**

### **Тема 1. Логика алгебраических задач. (6ч)**

Элементарные алгебраические задачи как предложения с переменными. Множество решений задач. Следование и равносильность (эквивалентность) задач. Уравнения с переменными. Числовые неравенства и неравенства с переменной. Свойства числовых неравенств. Алгебраические задачи с параметрами. Логические задачи с параметрами. Задачи на следование и равносильность. Интерпретация задач с параметрами на координатной плоскости.

### **Тема 2. Многочлены и полиномиальные алгебраические уравнения. (12ч)**

Представление о целых рациональных алгебраических выражениях. Многочлены над полями  $R$ ,  $Q$  и над кольцом  $Z$ . Степень многочлена. Кольца многочленов. Делимость и деление многочленов с остатком. Алгоритмы деления с остатком. Теорема Безу. Корни многочленов. Следствия из теоремы Безу: теоремы о делимости на двучлен и о числе корней многочленов. Кратные корни. Полностью разложимые многочлены и система Виета. Общая теорема Виета. Квадратичные неравенства: метод интервалов и схема знаков квадратного трехчлена. Кубические многочлены. Теорема о существовании корня у полинома нечетной степени. Угадывание корней и разложение. Куб суммы/разности. Линейная замена и укороченное кубическое уравнение. Формула Кардано. Графический анализ кубического уравнения  $x^3 + ax - b$ . Неприводимый случай (три корня) и необходимость комплексных чисел. Уравнения степени 4. Биквадратные уравнения. Представление о методе замены. Линейная замена, основанная на симметрии. Угадывание корней. Разложение. Метод неопределенных коэффициентов. Схема разложения Феррари. Полиномиальные уравнения высших степеней. Понижение степени заменой и разложением. Теоремы о рациональных корнях многочленов с целыми коэффициентами. Приемы установления иррациональности и рациональности чисел.

### **Тема 3. Рациональные алгебраические уравнения и неравенства. (6ч)**

Представление о рациональных алгебраических выражениях. Симметрические, кососимметрические и возвратные многочлены и уравнения. Дробно-рациональные алгебраические уравнения. Общая схема решения. Метод замены при решении дробно-рациональных уравнений. Дробно-рациональные алгебраические неравенства. Общая схема решения методом сведения к совокупностям систем. Метод интервалов решения дробно-рациональных алгебраических неравенств. Метод интервалов решения дробно-рациональных алгебраических неравенств. Метод оценки. Использование монотонности. Метод замены при решении неравенств. Неравенства с двумя переменными. Множества решений на координатной плоскости. Стандартные неравенства. Метод областей.

### **Тема 4. Рациональные алгебраические системы. (10ч)**

Уравнения с несколькими переменными. Рациональные уравнения с двумя переменными. Однородные уравнения с двумя переменными. Рациональные алгебраические системы. Метод подстановки. Метод исключения переменной. Равносильные линейные преобразования систем. Однородные системы уравнений с двумя переменными. Замена переменных в системах уравнений. Симметрические выражения от двух переменных. Теорема Варинга-

Гаусса о представлении симметрических многочленов через элементарные. Рекуррентное представление сумм степеней через элементарные симметрические многочлены (от двух переменных). Системы Виета и симметрические системы с двумя переменными. Метод разложения при решении систем уравнений. Методы оценок и интераций при решении систем уравнений. Оценка значений переменных. Сведение уравнений к системам.

#### 11 класс

#### **Тема 5. Рациональные алгебраические системы. (7ч)**

Рациональные алгебраические системы. Метод подстановки. Метод замены. Метод разложения. Системы с тремя переменными. Основные методы. Системы Виета с тремя переменными.

#### **Тема 6. Иррациональные алгебраические задачи. (12ч)**

Представление об иррациональных алгебраических функциях. Понятия арифметических и алгебраических корней. Иррациональные алгебраические выражения и уравнения. Уравнения с квадратными радикалами. Замена переменной. Замена с ограничениями. Метод эквивалентных преобразований уравнений с квадратными радикалами. Сведение иррациональных и рациональных уравнений к системам. Освобождение от кубических радикалов. Метод оценки. Использование монотонности. Использование однородности. Иррациональные алгебраические неравенства. Почему неравенства с радикалами сложных уравнений. Эквивалентные преобразования неравенств. Стандартные схемы освобождения от радикалов в неравенствах (сведение к системам и совокупностям систем). Теорема о промежуточном значении непрерывной функции. Определение промежутков знаков постоянства непрерывных функций. Метод интервалов при решении иррациональных неравенств. Замена при решении иррациональных неравенств. Использование монотонности и оценок при решении неравенств. Уравнения с модулями. Раскрытие модулей - стандартные схемы. Метод интервалов при раскрытии модулей. Неравенства с модулями. Простейшие неравенства. Схемы освобождения от модулей в неравенствах. Иррациональные алгебраические системы. Основные приемы. Смешанные системы с двумя переменными.

#### **Тема 7. Алгебраические задачи с параметрами. (15ч)**

Что такое задача с параметрами. Аналитический подход. Выписывание ответа (описание множеств решений) в задачах с параметрами. Рациональные задачи с параметрами. Запись ответов. Иррациональные задачи с параметрами. «Собирание» ответов. Задачи с модулями и параметрами. Критические значения параметра. Метод интервалов в неравенствах с параметрами. Замена в задачах с параметрами. Метод разложения в задачах с параметрами. Разложение с помощью разрешения относительно параметра. Системы с параметрами. Метод координат в задачах с параметрами. Идея метода. Метод координат при решении рациональных и иррациональных алгебраических уравнений с параметрами. Метод координат при решении рациональных и иррациональных алгебраических неравенств и систем неравенств с параметрами. Задачи с модулями и параметрами. Задачи на следование и равносильность задач с параметрами. Аналитический подход. Метод координат. Применение производной при анализе и решении задач с параметрами.

### **3. ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ С УКАЗАНИЕМ КОЛИЧЕСТВА ЧАСОВ, ОТВОДИМЫХ НА ИЗУЧЕНИЕ КАЖДОЙ ТЕМЫ**

10

класс

№ п/п	Содержание	Параграф
	<b>Логика алгебраических задач - 6ч.</b>	
	<b>Основные понятия: алгебраические задачи, решения, равносильность.</b>	
1	Равносильность уравнений и систем с одной переменной.	1.1

2	Неравенства с переменной и числовые неравенства.	1.1
	<b>Задачи с параметрами и логические алгебраические задачи.</b>	
3	Что такое задача с параметром. Логические задачи с параметром.	1.2
4	Функционально- графическая интерпретация задач с параметрами.	1.2
5	Функционально- графическая интерпретация задач с параметрами.	1.2
6	Координатная интерпретация задач с параметрами.	1.2
	<b>Многочлены и полиномиальные алгебраические уравнения-12ч.</b>	
	<b>Корни многочленов. Теорема Безу.</b>	2.1
7	Корни многочленов и полиномиальных уравнений.	2.1
8	Деление многочленов на двучлен. Теорема Безу.	2.1
9	Алгоритмы деления на двучлен. Метод Руффини-Горнера.	2.1
10	Делимость многочлена на двучлен. Число корней многочлена.	2.1
	<b>Уравнения низших степеней.</b>	
11	Линейная замена переменной в квадратном трехчлене.	2.2
12	Линейная замена переменной в многочленах.	2.2
13	Решение кубических уравнений	2.2
14	Графическое решение кубического уравнения.	2.2
	<b>Уравнения разных степеней. Методы упрощения.</b>	
15	Линейные замены, основанные на симметрии.	2.3
16	Метод разложения. Поиск рациональных корней.	2.3
17	Применение теоремы о рациональных корнях к решению уравнений.	2.3
18	Разложение методом неопределенных коэффициентов.	2.3
	<b>Рациональные алгебраические уравнения и неравенства – 6ч.</b>	
	<b>Рациональные алгебраические уравнения</b>	
19	Метод замены.	3.1
20	Симметрические и кососимметрические уравнения.	3.1
	<b>Рациональные алгебраические неравенства.</b>	
21	Простейшие рациональные неравенства.	3.2
22	Метод решения рациональных алгебраических неравенств.	3.2
23	Сведение к системам неравенств.	3.2
24	Метод интервалов.	3.2
	<b>Рациональные алгебраические системы-10 ч.</b>	
	<b>Уравнения с несколькими переменными</b>	
25	Решение уравнений с двумя переменными. Однородные уравнения с двумя переменными.	4.1
	<b>Решение систем. Метод подстановки. Однородные системы.</b>	
26	Общий метод подстановки.	4.2
27	Линейные подстановки.	4.2
28	Однородные системы.	4.2
28	Исключение переменных. Равносильные линейные преобразования.	4.2
	<b>Решение систем: метод замены. Симметричные системы.</b>	
30	Метод замены.	4.3
31	Общие симметрические системы.	4.3
	<b>Решение систем: метод разложения. Частные методы и приемы.</b>	
32	Решение систем методом разложения.	4.4
33	Метод оценок.	4.4
34	Метод итераций.	4.4

№ п/п	Содержание	Параграф
<b>Системы с тремя переменными 7ч.</b>		
1.	Рациональные алгебраические системы.	4.1-4.4
2.	Метод подстановки.	4.5
3.	Метод замены.	4.5
4.	Использование однородности.	4.5
5.	Система Виета с тремя переменными	4.5
6.	Симметрические системы.	4.5
7.	Метод разложения.	4.5
<b>Иррациональные алгебраические задачи.12ч.</b>		
8.	Иррациональные алгебраические выражения. Уравнения с квадратными радикалами. Замена переменной.	5.1
9.	Неэквивалентные преобразования с проверкой. Метод эквивалентных преобразований.	5.1
10.	Сведение уравнений к системам.	5.1
11.	Освобождение от кубических радикалов.	5.1
12.	Использование монотонности. Использование однородности.	5.1
13.	Эквивалентные преобразования неравенств. Дробно-иррациональные неравенства.	5.2
14.	Метод интервалов при решении иррациональных неравенств.	5.2
15.	Замена при решении иррациональных неравенств. Использование монотонности при решении неравенств.	5.2
16.	Уравнения с модулями.	5.3
17.	Неравенства с модулями.	5.3
18.	Комбинированные задачи с модулями.	5.3
19.	Комбинированные задачи с модулями.	5.3
<b>Алгебраические задачи с параметрами 15ч.</b>		
20.	Рациональные задачи с параметрами.	5.4
21.	Рациональные задачи с параметрами.	5.4
22.	Иррациональные задачи с параметрами.	5.4
23.	Иррациональные задачи с параметрами.	5.4
24.	Задачи с модулями и параметрами.	5.4
25.	Задачи с модулями и параметрами.	5.4
26.	Метод координат в задачах с параметрами.	5.4
27.	Метод интервалов в неравенствах с параметрами.	5.4
28.	Замена в задачах с параметрами.	5.4
29.	Метод разложения в задачах с параметрами.	5.4
30.	Системы с параметрами.	5.4
31.	Системы с параметрами.	5.4
32.	Применение производной при решении задач с параметрами.	5.4
33.	Применение производной при решении задач с параметрами.	5.4
34.	Применение производной при решении задач с параметрами.	5.4