

Областное государственное бюджетное общеобразовательное учреждение
"Краснояржская средняя общеобразовательная школа"
Белгородской области

РАССМОТРЕНО

Протокол педагогического совета
от 30.08.2024 № 1

УТВЕРЖДЕНО

Директор



[Т.Н. Сидорова]
Приказ от 30.08.2024 №320

ОСНОВНАЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ПРОГРАММА
СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

элективного курса «Алгебра+: рациональные и рациональные
алгебраические задачи»

Красная Яруга

2024 г

1. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА «АЛГЕБРА+: РАЦИОНАЛЬНЫЕ И РАЦИОНАЛЬНЫЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ»

Личностные результаты обучения:

- понимание элементарной математики, как неотъемлемой части математики, методы которой базируются на многих разделах математики высшей;
- понимание роли элементарной математики в развитии математики, роли математиков в развитии современной элементарной математики;
- восприятие математики как развивающейся фундаментальной науки, являющийся неотъемлемой составляющей науки цивилизации, общечеловеческой культуры во взаимосвязи и взаимодействии с другими областями мировой культуры.
- сформированность основ саморазвития и самовоспитания в соответствии с общечеловеческими ценностями и идеалами гражданского общества; готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности;
- готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;
- осознанный выбор будущей профессии и возможностей реализации собственных жизненных планов, а также отношение к профессиональной деятельности как к возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем.

Метапредметные результаты обучения:

- умение анализировать различные задачи и ситуации, выделять главное, достоверное в той или иной информации;
- владение логическим доказательным стилем мышления, умение логически обосновывать свои суждения;
- умение конструктивно подходить к предлагаемым задачам;
- умение планировать и проектировать свою деятельность, проверять и оценивать её результат.
- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;
- умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;
- владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;
- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;
- умение использовать средства информационных и коммуникационных технологий (далее – ИКТ) в решении когнитивных, коммуникативных и организационных задач с соблюдением техники безопасности, правовых и этических норм, норм информационной безопасности;
- владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств их достижения.

Предметные результаты обучения:

- умения проводить логически грамотные преобразования выражений и эквивалентные преобразования алгебраических задач (уравнений, неравенств, систем, совокупностей);
- умение использовать основные методы при решении алгебраических задач с различными классами функций (рациональными и иррациональными алгебраическими). В том числе: методы замены, разложения, подстановки, эквивалентных преобразований, использования симметрии, однородности, оценок, монотонности;
- умение понимать и правильно интерпретировать задачи с параметрами, логические и кванторные задачи; умение применять изученные методы исследования и решения задач с параметрами; аналитический и координатный.

2. СОДЕРЖАНИЕ ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА «АЛГЕБРА+: РАЦИОНАЛЬНЫЕ И РАЦИОНАЛЬНЫЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ»

Тема 1. Логика алгебраических задач. (6ч)

Элементарные алгебраические задачи как предложения с переменными. Множество решений задач. Следование и равносильность (эквивалентность) задач. Уравнения с переменными. Числовые неравенства и неравенства с переменной. Свойства числовых неравенств. Алгебраические задачи с параметрами. Логические задачи с параметрами. Задачи на следование и равносильность. Интерпретация задач с параметрами на координатной плоскости.

Тема 2. Многочлены и полиномиальные алгебраические уравнения. (12ч)

Представление о целых рациональных алгебраических выражениях. Многочлены над полями R , Q и над кольцом Z . Степень многочлена. Кольца многочленов. Делимость и деление многочленов с остатком. Алгоритмы деления с остатком. Теорема Безу. Корни многочленов. Следствия из теоремы Безу: теоремы о делимости на двучлен и о числе корней многочленов. Кратные корни. Полностью разложимые многочлены и система Виета. Общая теорема Виета. Квадратичные неравенства: метод интервалов и схема знаков квадратного трехчлена. Кубические многочлены. Теорема о существовании корня у полинома нечетной степени. Угадывание корней и разложение. Куб суммы/разности. Линейная замена и укороченное кубическое уравнение. Формула Кардано. Графический анализ кубического уравнения $x^3 + ax - b$. Неприводимый случай (три корня) и необходимость комплексных чисел. Уравнения степени 4. Биквадратные уравнения. Представление о методе замены. Линейная замена, основанная на симметрии. Угадывание корней. Разложение. Метод неопределенных коэффициентов. Схема разложения Феррари. Полиномиальные уравнения высших степеней. Понижение степени заменой и разложением. Теоремы о рациональных корнях многочленов с целыми коэффициентами. Приемы установления иррациональности и рациональности чисел.

Тема 3. Рациональные алгебраические уравнения и неравенства. (6ч)

Представление о рациональных алгебраических выражениях. Симметрические, кососимметрические и возвратные многочлены и уравнения. Дробно-рациональные алгебраические уравнения. Общая схема решения. Метод замены при решении дробно-рациональных уравнений. Дробно-рациональные алгебраические неравенства. Общая схема решения методом сведения к совокупностям систем. Метод интервалов решения дробно-рациональных алгебраических неравенств. Метод интервалов решения дробно-рациональных алгебраических неравенств. Метод оценки. Использование монотонности. Метод замены при решении неравенств. Неравенства с двумя переменными. Множества решений на координатной плоскости. Стандартные неравенства. Метод областей.

Тема 4. Рациональные алгебраические системы. (10ч)

Уравнения с несколькими переменными. Рациональные уравнения с двумя переменными. Однородные уравнения с двумя переменными. Рациональные алгебраические системы. Метод подстановки. Метод исключения переменной. Равносильные линейные преобразования систем. Однородные системы уравнений с двумя переменными. Замена переменных в системах уравнений. Симметрические выражения от двух переменных. Теорема Варинга-

Гаусса о представлении симметрических многочленов через элементарные. Рекуррентное представление сумм степеней через элементарные симметрические многочлены (от двух переменных). Системы Виета и симметрические системы с двумя переменными. Метод разложения при решении систем уравнений. Методы оценок и итераций при решении систем уравнений. Оценка значений переменных. Сведение уравнений к системам.

11 класс

Тема 5. Рациональные алгебраические системы. (7ч)

Рациональные алгебраические системы. Метод подстановки. Метод замены. Метод разложения. Системы с тремя переменными. Основные методы. Системы Виета с тремя переменными.

Тема 6. Иррациональные алгебраические задачи. (12ч)

Представление об иррациональных алгебраических функциях. Понятия арифметических и алгебраических корней. Иррациональные алгебраические выражения и уравнения. Уравнения с квадратными радикалами. Замена переменной. Замена с ограничениями. Метод эквивалентных преобразований уравнений с квадратными радикалами. Сведение иррациональных и рациональных уравнений к системам. Освобождение от кубических радикалов. Метод оценки. Использование монотонности. Использование однородности. Иррациональные алгебраические неравенства. Почему неравенства с радикалами сложных уравнений. Эквивалентные преобразования неравенств. Стандартные схемы освобождения от радикалов в неравенствах (сведение к системам и совокупностям систем). Теорема о промежуточном значении непрерывной функции. Определение промежутков знаков постоянства непрерывных функций. Метод интервалов при решении иррациональных неравенств. Замена при решении иррациональных неравенств. Использование монотонности и оценок при решении неравенств. Уравнения с модулями. Раскрытие модулей - стандартные схемы. Метод интервалов при раскрытии модулей. Неравенства с модулями. Простейшие неравенства. Схемы освобождения от модулей в неравенствах. Иррациональные алгебраические системы. Основные приемы. Смешанные системы с двумя переменными.

Тема 7. Алгебраические задачи с параметрами. (15ч)

Что такое задача с параметрами. Аналитический подход. Выписывание ответа (описание множеств решений) в задачах с параметрами. Рациональные задачи с параметрами. Запись ответов. Иррациональные задачи с параметрами. «Собирание» ответов. Задачи с модулями и параметрами. Критические значения параметра. Метод интервалов в неравенствах с параметрами. Замена в задачах с параметрами. Метод разложения в задачах с параметрами. Разложение с помощью разрешения относительно параметра. Системы с параметрами. Метод координат в задачах с параметрами. Идея метода. Метод координат при решении рациональных и иррациональных алгебраических уравнений с параметрами. Метод координат при решении рациональных и иррациональных алгебраических неравенств и систем неравенств с параметрами. Задачи с модулями и параметрами. Задачи на следование и равносильность задач с параметрами. Аналитический подход. Метод координат. Применение производной при анализе и решении задач с параметрами.

3. ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ С УКАЗАНИЕМ КОЛИЧЕСТВА ЧАСОВ, ОТВОДИМЫХ НА ИЗУЧЕНИЕ КАЖДОЙ ТЕМЫ

10

10 класс

№ п/п	Содержание	Параграф
	Логика алгебраических задач - 6ч.	
	Основные понятия: алгебраические задачи, решения, равносильность.	
1	Равносильность уравнений и систем с одной переменной.	1.1

2	Неравенства с переменной и числовые неравенства.	1.1
	Задачи с параметрами и логические алгебраические задачи.	
3	Что такое задача с параметром. Логические задачи с параметром.	1.2
4	Функционально- графическая интерпретация задач с параметрами.	1.2
5	Функционально- графическая интерпретация задач с параметрами.	1.2
6	Координатная интерпретация задач с параметрами.	1.2
	Многочлены и полиномиальные алгебраические уравнения-12ч.	
	Корни многочленов. Теорема Безу.	2.1
7	Корни многочленов и полиномиальных уравнений.	2.1
8	Деление многочленов на двучлен. Теорема Безу.	2.1
9	Алгоритмы деления на двучлен. Метод Руффини-Горнера.	2.1
10	Делимость многочлена на двучлен. Число корней многочлена.	2.1
	Уравнения низших степеней.	
11	Линейная замена переменной в квадратном трехчлене.	2.2
12	Линейная замена переменной в многочленах.	2.2
13	Решение кубических уравнений	2.2
14	Графическое решение кубического уравнения.	2.2
	Уравнения разных степеней. Методы упрощения.	
15	Линейные замены, основанные на симметрии.	2.3
16	Метод разложения. Поиск рациональных корней.	2.3
17	Применение теоремы о рациональных корнях к решению уравнений.	2.3
18	Разложение методом неопределенных коэффициентов.	2.3
	Рациональные алгебраические уравнения и неравенства – 6ч.	
	Рациональные алгебраические уравнения	
19	Метод замены.	3.1
20	Симметрические и кососимметрические уравнения.	3.1
	Рациональные алгебраические неравенства.	
21	Простейшие рациональные неравенства.	3.2
22	Метод решения рациональных алгебраических неравенств.	3.2
23	Сведение к системам неравенств.	3.2
24	Метод интервалов.	3.2
	Рациональные алгебраические системы-10 ч.	
	Уравнения с несколькими переменными	
25	Решение уравнений с двумя переменными. Однородные уравнения с двумя переменными.	4.1
	Решение систем. Метод подстановки. Однородные системы.	
26	Общий метод подстановки.	4.2
27	Линейные подстановки.	4.2
28	Однородные системы.	4.2
28	Исключение переменных. Равносильные линейные преобразования.	4.2
	Решение систем: метод замены. Симметричные системы.	
30	Метод замены.	4.3
31	Общие симметрические системы.	4.3
	Решение систем: метод разложения. Частные методы и приемы.	
32	Решение систем методом разложения.	4.4
33	Метод оценок.	4.4
34	Метод итераций.	4.4

№ п/п	Содержание	Параграф
	Системы с тремя переменными 7ч.	
1.	Рациональные алгебраические системы.	4.1-4.4
2.	Метод подстановки.	4.5
3.	Метод замены.	4.5
4.	Использование однородности.	4.5
5.	Система Виета с тремя переменными	4.5
6.	Симметрические системы.	4.5
7.	Метод разложения.	4.5
	Иррациональные алгебраические задачи.12ч.	
8.	Иррациональные алгебраические выражения. Уравнения с квадратными радикалами. Замена переменной.	5.1
9.	Неэквивалентные преобразования с проверкой. Метод эквивалентных преобразований.	5.1
10.	Сведение уравнений к системам.	5.1
11.	Освобождение от кубических радикалов.	5.1
12.	Использование монотонности. Использование однородности.	5.1
13.	Эквивалентные преобразования неравенств. Дробно-иррациональные неравенства.	5.2
14.	Метод интервалов при решении иррациональных неравенств.	5.2
15.	Замена при решении иррациональных неравенств. Использование монотонности при решении неравенств.	5.2
16.	Уравнения с модулями.	5.3
17.	Неравенства с модулями.	5.3
18.	Комбинированные задачи с модулями.	5.3
19.	Комбинированные задачи с модулями.	5.3
	Алгебраические задачи с параметрами 15ч.	
20.	Рациональные задачи с параметрами.	5.4
21.	Рациональные задачи с параметрами.	5.4
22.	Иррациональные задачи с параметрами.	5.4
23.	Иррациональные задачи с параметрами.	5.4
24.	Задачи с модулями и параметрами.	5.4
25.	Задачи с модулями и параметрами.	5.4
26.	Метод координат в задачах с параметрами.	5.4
27.	Метод интервалов в неравенствах с параметрами.	5.4
28.	Замена в задачах с параметрами.	5.4
29.	Метод разложения в задачах с параметрами.	5.4
30.	Системы с параметрами.	5.4
31.	Системы с параметрами.	5.4
32.	Применение производной при решении задач с параметрами.	5.4
33.	Применение производной при решении задач с параметрами.	5.4
34.	Применение производной при решении задач с параметрами.	5.4